

Mat216 Çalışma Ödevi 2

Asuman Özer , 2018

November 1, 2018

1. Aşağıdaki problemlerde verilen diferansiyel denklemlerin genel çözümleri verilmiştir. Verilen başlangıç koşullarını kullanarak çözüm ailesinin bir üyesini bulunuz.

(a) $y = c_1 e^x + c_2 e^{-x}, (-\infty, \infty);$
 $y'' - y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$

(b) $y = c_1 x + c_2 x \ln x, (0, \infty);$
 $x^2 y'' - xy' + y = 0, y(1) = 3, y'(1) = -1$

2. Aşağıdaki diferansiyel denklemin $(-\infty, \infty)$ aralığındaki iki parametrelili çözüm ailesi verilmiştir. Bu çözüm ailesinin verilen sınır koşullarını sağlayan bir üyesini belirleyiniz.

(a) $y = c_1 e^x \cos x + c_2 e^x \sin x; y'' - 2y' + 2y = 0$

(a) $y(0) = 1, y'(\pi) = 0$

(b) $y(0) = 1, y(\pi) = -1$

(c) $y(0) = 1, y(\frac{\pi}{2}) = 1$

(d) $y(0) = 0, y(\pi) = 0$

(a) $y = c_1 x^2 + c_2 x^4 + 3; x^2 y'' - 5xy' + 8y = 24$

(a) $y(-1) = 0, y(1) = 4$

(b) $y(0) = 1, y(1) = 2$

(c) $y(0) = 3, y(1) = 0$

(d) $y(1) = 3, y(2) = 15$

3. Aşağıda verilen fonksiyon kümelerinin $(-\infty, \infty)$ aralığında lineer bağımsız olup olmadığını belirleyiniz.

(a) $f_1(x) = x, f_2 = x^2, f_3 = 4x - 3x^2$

(b) $f_1(x) = x, f_2 = x - 1, f_3 = x + 3$

(c) $f_1(x) = 2 + x, f_2 = x + |x|$

4. Aşağıdaki fonksiyonların verilen diferansiyel denklem için belirtilen aralıkta birçözüm bazı oluşturduğunu göstererek genel çözümü yazınız.

- (a) $y'' - y' - 12y = 0$; e^{-3x} , e^{4x} , $(-\infty, \infty)$
- (b) $y'' - 4y = 0$; $\cosh 2x$, $\sinh 2x$, $(-\infty, \infty)$
- (c) $x^2y'' + xy' + y = 0$; $\cos(\ln x)$, $\sin(\ln x)$, $(0, \infty)$

5. Aşağıda verilen y_1 fonksiyonları ilgili **homojen** diferansiyel denklemin çözümüdür. Mertebe azaltma yöntemini kullanarak **homojen** denklemin ikinci y_2 çözümünü bulup homojen olmayan denklemin özel çözümünü bulunuz.

- (a) $y'' - 4y = 2$ $y_1 = e^{-2x}$
- (b) $y'' + y' = 1$ $y_1 = 1$
- (c) $y'' - 3y' + 2y = 5e^{3x}$ $y_1 = e^x$
- (d) $y'' - 4y' + 3y = x$ $y_1 = e^x$

6. Belirsiz katsayılar yöntemini kullanarak aşağıdaki diferansiyel denklemleri çözünüz.

- (a) $y'' + 3y' + 2y = 6$
- (b) $y'' - 10y' + 25y = 30x + 3$
- (c) $\frac{1}{4}y'' + y' + y = x^2 - 2x$
- (d) $y'' + 3y = -48x^2e^{3x}$
- (e) $y'' - y' = -3$
- (f) $y'' - y' + \frac{1}{4}y = 3 + e^{\frac{x}{2}}$
- (g) $y'' + 4y = 3 \sin 2x$
- (h) $y'' + y = 2x + \sin 2x$
- (i) $y'' - 2y' + 5y = e^x \cos 2x$
- (j) $y'' + 2y' + y = \sin x + 3 \cos 2x$
- (k) $y''' - 6y'' = 3 - \cos x$
- (l) $y''' - 3y'' + 3y' - y = x - 4e^x$
- (m) $y^4 + 2y'' + y = (x - 1)^2$

7. Belirsiz katsayılar yöntemini kullanarak aşağıdaki başlangıç değer problemlerini çözünüz.

- (a) $y'' + 4y = -2$, $y(\frac{\pi}{8}) = \frac{1}{2}$, $y'(\frac{\pi}{8}) = 2$
- (b) $5y'' + y' = -6x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = -10$
- (c) $y'' + 4y' + 5y = 35e^{-4x}$, $y(0) = -3$, $y'(0) = 1$
- (d) $\frac{d^2x}{dt^2} + w^2x = F_0 \sin wx$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 0$
- (e) $y''' - 2y'' + y' = 2 - 24e^x + 40e^{5x}$, $y(0) = \frac{1}{2}$, $y'(0) = \frac{5}{2}$, $y''(0) = -\frac{9}{2}$

8. Belirsiz katsayılar yöntemini kullanarak aşağıdaki sınır değer problemlerini çözünüz.

- (a) $y'' + y = x^2 + 1$, $y(0) = 5$, $y(1) = 0$
- (b) $y'' - 2y' + 2y = 2x - 2$, $y(0) = 0$, $y(\pi) = \pi$
- (c) $y'' + 3y = 6x$, $y(0) = 0$, $y(1) + y'(1) = 0$
- (d) $y'' + 3y = 6x$, $y(0) + y'(0) = 0$, $y(1) = 0$

9. Aşağıda verilen ikinci yanı ($g(x)$) süreksiz olan başlangıç değer problemini çözünüz.

ipucu: Problemi farklı $g(x)$ değerleri için ayrı ayrı çözün ve bulunan çözümün ve birinci türevinin (yani y ve y' 'nin) $x = \frac{\pi}{2}$ de sürekli olduğunu gösteriniz.

$$y'' + 4y = g(x), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$$

$$y = \begin{cases} \sin x & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \text{ ise} \\ 0 & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

10. Aşağıdaki diferansiyel denklemleri $L(y) = g(x)$ formatında yazınız.

- (a) $9y'' - 4y = \sin x$
- (b) $y''' + 10y'' + 25y' = e^x$

11. Aşağıdaki fonksiyonları yok eden bir diferansiyeloperatör bulunuz.

- (a) $1 + 6x - 2x^3$
- (b) $13x + 9x^2 - \sin 4x$
- (c) $3 + e^x \cos 2x$
- (d) $x^3(1 - 5x)$
- (e) $8x - \sin x + 10 \cos 5x$
- (f) $e^{-x} \sin x e^{2x} \cos x$

12. Aşağıdaki problemleri yok etme operatü kullanarak belirsiz katsayılar yöntemi ile çözünüz.

- (a) $y'' + 3y' = x - 5$
- (b) $y'' - 2y' - 3y = 4e^x - 9$
- (c) $y'' + 25y = 6 \sin x$
- (d) $y'' - 2y' + 5y = e^x \sin x$
- (e) $y'' + y' + \frac{1}{4}y = e^x(\sin 3x - \cos 3x)$
- (f) $2y''' - 3y'' - 3y' + 2y = (e^x + e^{-x})^2$